

Simplification de maillages surfaciques avec champs de lumière

Kenneth VANHOEY, Basile SAUVAGE et Jean-Michel DISCHLER

LSIIT, UMR CNRS 7005, Université de Strasbourg, France



Figure 1: Vase grec : photo ; maillage original numérisé (360 000 faces) avec champs de lumière ; simplifications successives à 20%, 15% et 10% de la résolution originale.

Résumé

La demande pour un rendu réaliste d'objets numérisés est conséquente, notamment dans le domaine de l'art ou de la préservation du patrimoine. Pour garantir ce réalisme, il est utile d'ajouter aux modèles surfaciques non pas uniquement de la couleur, mais des champs de réflectance. Ceci génère cependant des modèles complexes et difficiles à rendre en temps réel, d'où ressort une nécessité de simplification.

Alors que la simplification de maillages sans attributs ou avec attributs vectoriels (couleur) a été fortement étudiée, il n'existe aucune méthode de simplification pour des modèles à attributs fonctionnels tels que des fonctions de réflectance ou des champs de lumière surfaciques.

Dans cet article, nous proposons une première méthode de simplification de modèles polygonaux avec champs de lumière basée sur des contractions d'arêtes. Nous définissons une mesure d'erreur locale permettant d'évaluer le biais introduit par une contraction d'arête en termes de géométrie et de champs de lumière. Nous proposons par ailleurs plusieurs façons d'associer de nouveaux attributs au modèle simplifié.

Finalement, nous comparons les méthodes proposées sur deux modèles afin de mettre en avant les caractéristiques de chacune d'entre elles.

Mots-clés : Modélisation, visualisation, simplification, maillages, champs de lumière.

1. Introduction

1.1. Contexte scientifique

Ces travaux se situent dans le cadre d'un projet[†] qui s'intéresse à l'acquisition, au post-traitement et à la visualisa-

tion d'objets réels à des fins d'archivage du patrimoine culturel par exemple. À cet effet, il est primordial de pouvoir restituer un objet ou bâtiment culturel (tableau, monument, etc.) avec le réalisme d'une observation directe, incluant les effets de réflectance.

Pour représenter ces effets, une approche consiste à considérer une fonction de réflectance (fonction définissant une couleur pour tout point sur le modèle, pour toute position d'illumination et pour toute position d'observation) sur un modèle surfacique. Nous allons nous restreindre dans le cadre de ces travaux à des champs de lumière (illumination supposée fixe) afin de pouvoir aborder un problème

[†] Projet ATROCO – Acquisition et TRaitement d'Objets COMplexes : <http://artis.imag.fr/Projets/ATROCO/>

plus simple. Ceci n'enlève rien à l'utilisabilité des modèles car beaucoup d'applications se contentent d'une illumination fixe (musée virtuel par exemple).

1.2. Chaîne de traitement

De l'objet à son modèle virtuel, il y a trois grandes étapes[‡] :

1. L'**acquisition** peut se faire par un outil de numérisation 3D (scanner) pour ce qui est de la forme de l'objet (sa géométrie). Ensuite, par la prise d'une série de photos à différents points de vue, il est possible de capturer les effets visuels. À partir de ces photos, on peut approximer la fonction de réflectance en ajustant une fonction sur les valeurs de couleur renvoyées par les photos [LAR08].
2. L'étape de **post-traitement des données** prépare les données à une visualisation temps-réel, par exemple par la mise sous forme d'un maillage surfacique avec des attributs (normale, couleur, texture, ...).
3. La **visualisation** d'un tel modèle nécessite de pouvoir calculer sa couleur en fonction de paramètres variables en temps réel, ce qui requiert souvent une accélération graphique sur GPU.

Nos travaux se placent dans le cadre du post-traitement.

1.3. Problématique

Dans tous les cas d'utilisation des champs de lumière, il faut pouvoir restituer un modèle en trouvant un compromis entre rapidité d'affichage et fidélité à l'original. Pour garantir une fidélité maximale, la numérisation doit se faire à haute résolution, ce qui génère un modèle lourd. La simplification d'un tel modèle permettra ensuite d'augmenter la vitesse d'affichage en fonction du compromis souhaité.

Nous proposons dans cet article un outil de simplification d'un modèle avec champs de lumière qui minimisera de préférence l'écart au modèle original. Celui-ci pourra alors être appliqué pour faire de la simplification brute ou des maillages à niveaux de détails.

1.4. Cadre

Nous allons travailler sur des maillages surfaciques polygonaux dont la simplification a fait l'objet de nombreuses études au début des années 1990. [HG97] en fait un tour d'horizon. On peut distinguer les opérateurs de simplification globaux (clustering) et locaux parmi lesquels la technique de trouage/remailage et les opérateurs de contraction (d'arêtes, de triangles). Nous nous intéressons plus particulièrement à l'opérateur de contraction d'arêtes (figure 2)

[‡] pour plus d'information sur l'acquisition et la représentation d'objets, voir [LB04, WLL*09]

parce qu'il permet un contrôle local de la topologie et de la gestion d'attributs. De plus, cet opérateur permet de définir des maillages progressifs qui répondent aux besoins associés aux maillages surfaciques à attributs et identifiés dans [Hop96] (simplification, approximation à niveaux de détails, compression, transmission progressive).

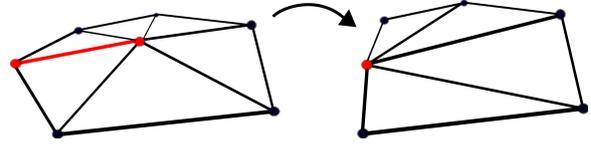


Figure 2: Opération unitaire de contraction d'arête. Deux sommets sont fusionnés en un seul, l'arête les reliant est dite « contractée », les deux faces adjacentes disparaissent.

L'algorithme de simplification associé est le suivant :

```
Trier arêtes
Tantque (file d'arêtes non vide) faire
  Contracter l'arête en tête
  Mettre à jour la priorité des
    voisins du sommet contracté
FinTantque
```

On peut associer deux besoins à cet algorithme :

1. Définir un calcul de priorité d'une arête.
2. Définir le nouveau plongement du sommet contracté.

Dans ce cadre, il faut prendre en compte des contraintes topologiques (maintien de variété), esthétiques (arité des sommets) et d'attributs. Ces derniers forment l'objet de nos travaux.

1.5. Plan de l'article

Dans la suite de l'article, nous voyons d'abord les méthodes de simplification de maillages existantes dans la section 2, dont nous extrayons des résultats significatifs (section 3) sur lesquels nous nous basons pour définir la simplification de maillages avec champs de lumière. Ces méthodes et leur choix de conception sont exposés dans la section 4 et testées puis comparées dans la section 5. Finalement nous concluons (section 6) avec une évaluation de nos travaux et les perspectives de travaux à venir.

2. État de l'art

Durant les quinze dernières années, des travaux de qualité ont porté sur la simplification de maillages surfaciques avec plongement géométrique dans un premier temps, avec attributs vectoriels (couleur, normales, coordonnées de textures) ensuite, mais aucun avec attributs qui sont fonction d'éléments extérieurs (position et illumination par exemple).

2.1. Simplification de maillages avec plongement géométrique

[Hop96] présente une façon d'associer une priorité à une arête. Il propose de mesurer une *erreur d'approximation* commise lorsque sa contraction a lieu. Celle-ci comprend notamment une erreur géométrique sous forme de distance dans \mathbb{R}^3 .

La métrique d'erreur quadratique (QEM) [GH97] est une contribution majeure dans le cadre de la mesure d'erreur géométrique. Elle approxime efficacement une erreur géométrique réelle et permet en plus de définir un plongement dit « optimal » (qui minimise la métrique d'erreur) pour une contraction donnée. La mesure d'erreur proposée est une distance par rapport au maillage original. Plus précisément, l'erreur commise pour un sommet contracté vaut la *somme des distances quadratiques aux plans définis par les triangles adjacents à ses ancêtres* (avant contraction).

Hoppe [Hop99] propose une variante de calcul de la QEM, appelée simplification « memoryless ». Au lieu de calculer une distance aux plans des triangles constituant le maillage original, il propose de mesurer une distance vis-à-vis du maillage simplifié au moment où une contraction est considérée.

2.2. Simplification de maillages avec couleur

Suite à l'article [GH97], plusieurs travaux ont présenté des métriques basées sur la QEM, étendant sa définition aux maillages avec attributs vectoriels tels que les normales en un point ou la couleur.

Concernant la couleur, deux catégories d'articles qui en traitent peuvent être distinguées : les articles qui considèrent un attribut de couleur (souvent RGB) par sommet [GH98, Hop99, KCL08] et définissent une métrique locale sur le maillage, et ceux qui traitent les couleurs par des textures et des mesures dans un espace de textures ou en pixels-écran [COM98, SSGH01, GCC07].

2.2.1. Couleur par sommet

[GH98] étend la QEM à une distance quadratique dans l'espace \mathbb{R}^{3+m} (où m est le nombre d'attributs scalaires au sommet). Cette distance peu intuitive est améliorée par [Hop99] en séparant l'espace géométrique \mathbb{R}^3 de l'espace des attributs \mathbb{R}^m , puis en additionnant les deux distances. Cette métrique est plus intuitive et plus performante en coût mémoire : elle ne requiert que $11 + 4m$ coefficients par sommet. Une implantation plus subtile et plus efficace a été proposée par *Hoppe* dans un *addendum* [HM00].

Finalement, [KCL08] propose une métrique qui, en plus de la géométrie, comprend un attribut de couleur RGB au sommet. Celle-ci ne permet pas de minimisation de l'erreur, donc de positionnement optimal, et oblige à se restreindre à de la semi-contraction d'arêtes : $(v_1, v_2) \rightarrow v_2$. Il suffit alors

d'évaluer le coût d'une contraction d'arête, pour laquelle les auteurs proposent de multiplier trois termes :

- La QEM classique [GH97] permet de mesurer la distance géométrique ;
- L'importance visuelle est une métrique propre à un sommet. Elle mesure l'écart en couleur vis-à-vis de ses voisins dans le maillage original ;
- L'erreur de contraction en couleur pondère une différence d'écart en couleur avant et après contraction par la longueur de l'arête contractée.

Cette erreur est non symétrique : l'erreur de $(v_1, v_2) \rightarrow v_1$ est différente de celle de $(v_1, v_2) \rightarrow v_2$.

2.2.2. Couleur par textures

Lorsque la couleur est stockée dans une texture, les métriques [COM98, SSGH01, GCC07] sont toutes basées sur la QEM classique pour la géométrie : elles associent d'abord une priorité aux arêtes en fonction de l'erreur géométrique de la QEM, et utilisent la métrique qui leur est propre en pénalisant certaines arêtes davantage. Finalement, elles placent le sommet contracté par minimisation de l'erreur géométrique et, lorsque leur métrique le permet, elles opèrent une minimisation de l'erreur sur les attributs, étant donnée la position géométrique.

3. Comparaison des méthodes de simplification existantes

Nous évaluons ici les différents algorithmes de simplification de maillages avec attributs de géométrie et de couleur. Le but est d'extraire en particulier les avantages et inconvénients des différents critères de simplification. Cela nous permettra également d'introduire des problèmes concernant la semi-contraction ou la simplification cumulative auxquels nous devrons faire attention pour la suite.

3.1. Géométrie

La **QEM cumulative** est la métrique la plus efficace pour la simplification d'un maillage sans attribut. Sa valeur ajoutée apparaît nettement lorsque l'on effectue une comparaison par rapport à un algorithme naïf où l'arête est priorisée par sa longueur tel que le montre la figure 3. Elle permet de placer le sommet contracté de deux manières :

- **Contraction optimale** : le sommet contracté est placé à la position minimisant l'erreur de la contraction [GH97]. L'erreur associée à une contraction potentielle est celle qui est commise lorsque l'on opère ce placement optimal.
- **Semi-contraction** : la position du sommet contracté est la position d'un de ses prédécesseurs. Ainsi, il n'y a pas de calcul de position optimale. La QEM sert uniquement à l'évaluation de l'erreur.

La seule différence notable est que le maillage simplifié est plus régulier (triangles moins allongés) avec la méthode par contraction optimale.

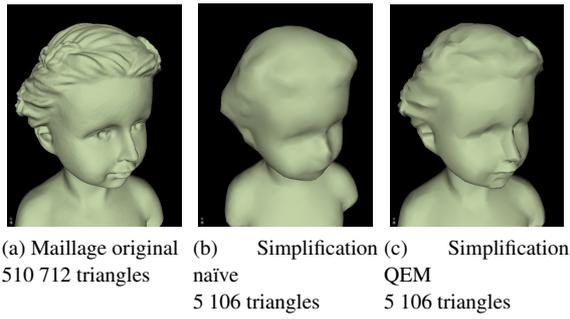


Figure 3: Comparaison entre une simplification naïve et une simplification par QEM [GH97].

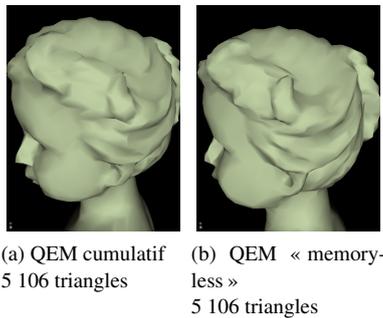


Figure 4: Comparaison des simplifications QEM en erreur cumulée et en « memoryless ». La simplification « memoryless » simplifie d'avantage dans des zones planes que la version cumulative. Cela permet de mieux préserver des détails tels que les cornes lorsque la simplification est forte.

Une alternative à la version cumulative est la version « memoryless » [Hop99] qui paraît particulièrement intéressante (voir figure 4) lorsque le taux de simplification est élevé, même si cela génère un maillage plutôt hétérogène. Nous verrons par la suite que cette variante a une importance capitale dans la définition d'un ordre de grandeur de l'erreur.

3.2. Couleur

Pour simplifier un maillage avec attributs de couleur aux sommets, une approche basique consiste à simplifier la géométrie par la QEM et à interpoler les couleurs en fonction du placement géométrique. Les métriques [Hop99] et [KCL08] sont deux autres mesures efficaces pour les maillages avec attributs aux sommets. Ainsi, nous analysons les simplifications avec les métriques suivantes :

1. QEM géométrique avec plongement optimal puis interpolation des couleurs ;

2. QEM étendue aux couleurs [Hop99] avec plongement optimal ;
3. QEM étendue aux couleurs [Hop99] avec semi-contraction ;
4. Métrique [KCL08] et semi-contraction ;

et sur les maillages suivants :

- Maillages **scannés** (figure 5 en haut) ;
- Maillages scannés à couleur **synthétique**, avec des séparations nettes de couleurs (figure 5 en bas), afin d'évaluer la simplification sur des configurations critiques, en particulier un seuil de couleur.

La plus-value des métriques 2, 3 et 4 par rapport à la simplification basique est évidente (figure 5). Parmi celles-ci, de faibles différences subsistent : la méthode 1 préserve le mieux la forme globale des ombres et motifs. [KCL08] est créée un modèle avec peu d'artefacts visibles. La technique 3 tire un peu les couleurs et crée des triangles plus allongés.

Les techniques 1 et 2, qui interpolent les couleurs en créent inévitablement des nouvelles. Ceci se remarque lors d'une observation de près uniquement (figure 5 en haut). Cela se traduit sur les seuils par la création d'un dégradé peu gênant. Ces dégradés (figure 5 en bas) sont bien maintenus pour les techniques 2, 3 et 4 mais « coûtent » cher en triangles, ce qui peut réduire la qualité géométrique.

Finalement, les techniques par semi-contraction génèrent un effet de « bavement » (les couleurs font de grands écarts) indésirable, probablement dû aux triangles moins homogènes générés par la semi-contraction.

Les variantes « memoryless » de ces techniques ne génèrent pas de grandes différences avec leurs pendants cumulatifs.

3.3. Synthèse de l'étude

Les tests effectués sur les différentes métriques nous montrent que la QEM est pertinente sur la géométrie en particulier pour contraction optimale. En général, la semi-contraction génère des maillages moins homogènes, ce qui peut se voir sur le rendu de couleurs.

Alors que nous pourrions directement réutiliser la QEM sur la géométrie, nous ne voyons pas forcément quels aspects extraire de la métrique [KCL08] car elle est mal justifiée et mal comparée. Elle peut cependant nous instruire sur la validité d'une métrique associant la QEM à une entité de nature différente.

Le mélange de couleurs crée de nouvelles teintes qui peuvent se faire remarquer lorsque l'on observe le maillage de près et lors de fortes simplifications. Cependant, nous n'en apercevons que peu lorsque l'on observe le maillage à distance et l'aspect global de l'objet est mieux préservé avec une technique de simplification qui mélange les couleurs [Hop99]. Nous estimons donc qu'un mélange de couleurs (voire de champs de lumière) n'est pas à écarter a priori.

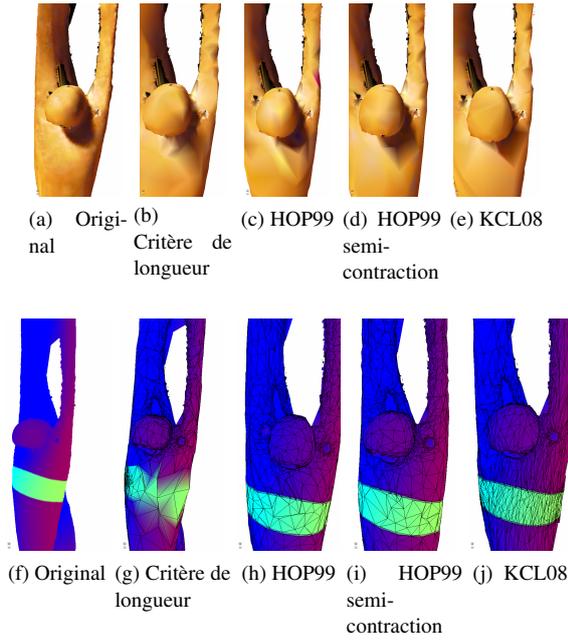


Figure 5: Comparaison des simplifications couleur ; Original :185 994 triangles (a,f) ; Simplifiés : 18 000 triangles (b–e,g–j).

Un problème fondamental concerne l'utilisation de la version cumulative de la QEM. [KCL08] l'utilise associé à une métrique sur les couleurs par rapport au maillage courant et non au maillage original. Ceci génère inévitablement un changement dans le rapport de force entre les deux au long de la simplification. Nous utiliserons donc la version « memoryless ».

4. Simplification avec champs de lumière

Nous avons vu que les algorithmes de simplification basées sur des contractions successives d'arêtes peuvent être efficaces [GH97] (voir section 1.4) à condition de leur fournir une métrique d'erreur sur une arête et une façon de plonger un sommet contracté.

4.1. Définitions et formalisme

Nous considérons un maillage surfacique triangulaire $M = (V, A, P)$ où :

- $V = \{v_k | 1 \leq k \leq n\}$: l'ensemble des n sommets ;
- $A \subset V \times V$: les couples de sommets soutenant une arête ;
- $P = \{V \rightarrow S\}$: l'ensemble des plongements définis sur les sommets V et vers un espace de plongement S .

Les fonctions de plongement comprennent :

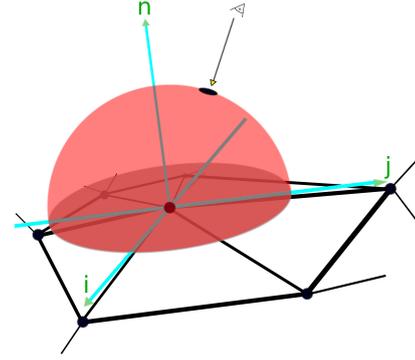


Figure 6: Maillage triangulaire avec champs de lumière. Le champ de lumière associe une couleur à chaque angle de vue incident dans l'hémisphère visible. Celui-ci est défini tel que la normale à la surface passe par son pôle tandis que le plan tangent à la surface définit sa coupe équatoriale.

- Le **plongement géométrique** :

$$V \rightarrow \mathbb{R}^3 : v_k \mapsto (x_k, y_k, z_k)$$

- Le **plongement de champ de lumière** L renvoie une couleur pour tout angle de vue défini sur l'hémisphère visible (figure 6). Ce dernier représente l'ensemble des points de vue incidents à partir desquels le sommet est visible.

La fonction de champ de lumière est définie dans un repère local F_v de Frenet. Celui-ci est composé du vecteur normal \mathbf{n}_v et de deux vecteurs tangents \mathbf{i}_v et \mathbf{j}_v .

La **fonction de champ de lumière** L_v associe une couleur à tout point de vue (u, v) incident sur l'hémisphère (2D) :

$$V \rightarrow (\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}) : v_k \mapsto ((u, v) \mapsto \sum_t a_t \phi_t(u, v)) \quad (1)$$

où les ϕ_t peuvent être sous différentes formes : ondelettes, harmoniques sphériques, polynômes, sinusoides, etc.

Dans ces travaux, nous avons travaillé avec des fonctions biquadratiques [MGW01].

En réalité, une couleur comporte plusieurs canaux, (R,G,B) par exemple, et est donc définie en \mathbb{R}^3 par plusieurs fonctions. Nous traitons cependant chaque canal de façon identique dans ce document, ce qui rend inutile de complexifier les notations.

4.2. Métrique d'erreur

Soient les sommets v_1 et v_2 adjacents à une même arête. Nous souhaitons définir l'erreur $E((v_1, v_2) \rightarrow \bar{v})$ associée à la contraction. Celle-ci devra être petite lorsque sa contraction passe inaperçue visuellement et grande sinon. Le som-

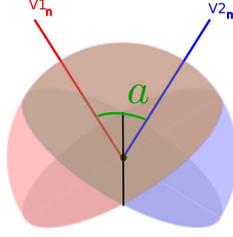


Figure 7: Deux champs de lumière (ici en rouge et bleu) orientés différemment ont un ensemble d'angles de vue communs (l'intersection des hémisphères, ici en brun), sur lesquels une couleur est définie pour les deux sommets.

met \bar{v} a une géométrie \bar{G} , un repère local \bar{F} et une fonction \bar{L} .

L'erreur peut être composée d'une erreur géométrique et d'une erreur sur les champs de lumière. Pour définir l'écart entre champs de lumière, nous pouvons identifier deux entités (figure 7) :

1. L'écart E_L entre fonctions de champ de lumière sur l'intersection de leurs domaines de définition ;
2. La « quantité » de points de vue qui diffèrent (sur laquelle une fonction est définie et non l'autre), appelée erreur d'orientation E_F .

L'erreur $E((v_1, v_2) \rightarrow \bar{v})$ prend ainsi la forme suivante :

$$E = E_G + \lambda(E_L + E_F) \quad (2)$$

Pour la géométrie, nous reprenons directement la QEM [GH97].

Quant aux champs de lumière, on souhaite que le champ (\bar{F}, \bar{L}) approxime (F_1, L_1) et (F_2, L_2) et que son hémisphère \bar{H} contienne $H_1 \cap H_2$. À l'instar de la QEM, nous définissons l'erreur sur les champs de lumière comme la somme des erreurs entre (\bar{F}, \bar{L}) et (F_1, L_1) d'une part, entre (\bar{F}, \bar{L}) et (F_2, L_2) d'autre part :

$$\begin{aligned} E_L &= E_L(\bar{L}, L_1) + E_L(\bar{L}, L_2) \\ E_F &= E_F(\bar{F}, F_1) + E_F(\bar{F}, F_2) \end{aligned}$$

Par souci de concision, nous définissons ci-dessous les erreurs E_L et E_F entre deux champs génériques (F_1, L_1) et (F_2, L_2) .

4.2.1. Erreur E_L de couleur sur $H_1 \cap H_2$

L'intersection $H_1 \cap H_2$ des hémisphères de deux sommets définit les points de vue pour lesquels une fonction de champ de lumière est spécifiée sur chacun. Après transformations géométriques permettant la description dans un domaine commun des deux fonctions, nous proposons d'intégrer l'écart quadratique sur le domaine (norme 2) pour plusieurs raisons :

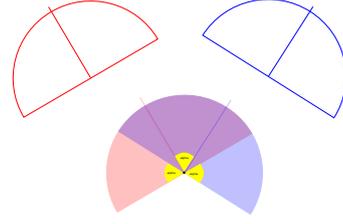


Figure 8: La quantité de points de vue perdus lors d'une contraction vaut $H_1 \setminus H_2$. L'angle alpha (jaune), nous permet de caractériser cette quantité.

- C'est une forme quadratique sur les coefficients de la fonction de champ de lumière : à l'instar de la QEM, elle sera facile à minimiser.
 - Elle nous dispense de calculer la valeur absolue.
- Ainsi, la formule d'écart résultante est :

$$E_L(L_1, L_2) = \iint_{(H_1 \cap H_2)} (L_1 - L_2)^2 dh \quad (3)$$

où h est la portion de surface unitaire.

4.2.2. Erreur E_F d'orientation

Cette erreur va caractériser la quantité de points de vue perdus lors d'une contraction. La figure 8 nous montre que cette quantité dépend de l'angle séparant les normales.

Afin d'être en cohérence avec l'écart sur les fonctions de champ de lumière, nous définissons la quantité de points de vue qui diffèrent comme étant le complément sur l'hémisphère de l'ensemble des points de vue communs, donc $H_1 \setminus H_2$. Pour maintenir cette même cohérence, nous définissons qu'un point de vue de $H_1 \setminus H_2$ contribue comme un point de vue de $H_1 \cap H_2$ dont l'écart en couleur est maximal. Ainsi, l'écart sur l'orientation des plans tangents est défini, après transformation en coordonnées sphériques, par :

$$E_F(F_1, F_2) = \iint_{H_1 \setminus H_2} E_{max}^2 dh = \int_0^\pi \int_0^\alpha E_{max}^2 d\theta \sin(\phi) d\phi = 2\alpha E_{max}^2 \quad (4)$$

où α est l'angle entre les axes polaires. Dans notre cas, les composantes RGB sont normalisées donc $E_{max} = 1$.

4.2.3. Propriétés

Continuité Nous avons défini les deux erreurs associées aux champs de lumière de façon cohérente. Cela se traduit par le fait que l'addition $E_L + E_F$ est continue sur $\alpha \in [0, \pi]$.

Forme quadratique La distance entre fonctions s'écrit sous une forme quadratique par rapport aux scalaires qui déterminent \bar{L} .

Au vu de la définition d'une fonction de champ de lumière (équation (1)), la formule (3) peut être réécrite ainsi :

$$E_L(\bar{L}, L_k) = \iint_{(\bar{H} \cap H_k)} \left(\sum_t \bar{a}_t \phi_t(h) - \sum_t a_{k,t} \phi_t^\alpha(h) \right)^2 dh$$

L'exposant α dans $\phi_r^\alpha(h)$ indique un changement de variables nécessaire à la transformation de l'hémisphère permettant de rendre comparable deux fonctions.

Cette formule peut se réécrire sous une forme quadratique sur les coefficients scalaires de la fonction \bar{L} :

$$[\bar{a}_1 \cdots \bar{a}_n] A_k \begin{bmatrix} \bar{a}_1 \\ \vdots \\ \bar{a}_n \end{bmatrix} + 2[\bar{a}_1 \cdots \bar{a}_n] \mathbf{b}_k^T + c_k \quad (5)$$

Elle peut être représentée par le triplet $\{A_k, \mathbf{b}_k, c_k\}$.

Additivité Tout comme pour la QEM, nos matrices quadratiques sur les champs de lumière sont additives. Ainsi, l'erreur $E_L((v_1, v_2) \rightarrow \bar{v})$ s'écrit :

$$\begin{aligned} E_L((v_1, v_2) \rightarrow \bar{v}) &= E_L(\bar{L}, L_1) + E_L(\bar{L}, L_2) \\ &= [\bar{a}_1 \cdots \bar{a}_n] (A_1 + A_2) \begin{bmatrix} \bar{a}_1 \\ \vdots \\ \bar{a}_n \end{bmatrix} + 2[\bar{a}_1 \cdots \bar{a}_n] (\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2)^T + (c_1 + c_2) \end{aligned}$$

Ainsi, en additionnant les matrices produites par L_1 et L_2 , on écrit la somme des erreurs sous une forme quadratique sur les coefficients \bar{a}_i de la fonction de champs de lumière.

Minimisation Cette forme quadratique permet de trouver les coefficients \bar{a}_i tel que la mesure ci-dessus soit minimale. Il suffit pour cela d'annuler le gradient sur les coefficients scalaires \bar{a}_i de la fonction :

$$\nabla(E_L) = 0 \Leftrightarrow [\bar{a}_1 \cdots \bar{a}_n] = -\mathbf{b}A^{-1} \text{ où } A = A_1 + A_2 \quad (6)$$

4.3. Plongement du sommet contracté

Lors d'une contraction $(v_1, v_2) \rightarrow \bar{v}$, il faut définir :

- $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$;
- $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{n}) \in \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3$;
- $(a_1, \dots, a_n) \in \mathbb{R}^n$.

Ceci peut se faire de plusieurs façons à l'aide de la métrique définie en section 4.2. Parmi toutes les façons, les deux combinaisons suivantes sont les plus intuitives et les seules qui ont donné des résultats acceptables sur les jeu de données étudiés.

4.3.1. Semi-contraction

Les métriques ne sont utilisées que pour évaluer l'erreur d'une contraction ; le plongement s'effectue ainsi :

$$(\bar{G}, \bar{F}, \bar{L}) = (G_i, F_i, L_i) \text{ où } i = \operatorname{argmin}_i E((v_1, v_2) \rightarrow v_i)$$

4.3.2. Plongement optimal

1. On utilise d'abord la QEM pour définir le placement géométrique optimal :

$$\bar{G} = \operatorname{argmin}_{\bar{v}} E_G$$

2. Ensuite, on place le nouvel hémisphère par interpolation sphérique :

$$\bar{n} = \operatorname{slerp}(n_1, n_2, \bar{G})$$

où le paramètre d'interpolation est défini, à l'instar de [Hop99], par la projection orthogonale de $G_{\bar{v}}$ sur l'arête (éventuellement tronquée sur un des deux sommets).

3. Finalement, on associe la nouvelle fonction à l'hémisphère :

$$\bar{L} = \operatorname{argmin}_{\bar{v}} E_L$$

Nous optons pour une interpolation sphérique des hémisphères pour deux raisons :

- Afin de reprendre tous les points de vue en commun ;
- E_F est linéaire.

4.4. Détails supplémentaires

Cumul des erreurs Les champs de lumière ne s'adaptent pas à un calcul cumulatif. En effet, si nous voulons comparer plus de deux champs de lumière, il faut les évaluer dans des repères communs deux-à-deux. Cela nécessiterai d'avoir en mémoire un graphe de précedence des sommets contractés avec leurs attributs, puis de calculer les écarts 2 à 2 avec tous ces champs de lumière, ce qui est irréaliste en temps et en mémoire.

Notre métrique n'est donc définie que par rapport au maillage et aux champs de lumière actuel, au moment où l'on considère une contraction. Par mesure de cohérence entre les entités, nous ne considérons que la version « memoryless » de la QEM.

Contrôle des pondérations Le choix de λ dans l'équation (2) revient à l'utilisateur. L'écart entre champs de lumière est borné : $0 \leq E_F(L_1, L_2) + E_L(L_1, L_2) \leq 2\pi$. L'erreur géométrique quant à elle, n'est pas bornée. Cependant, nous pouvons contrôler son ordre de grandeur en normalisant le maillage (tel que la longueur de l'arête moyenne soit l'unité). Ceci nous donnera une information sur l'ordre de grandeur de l'erreur géométrique mais ne garantit pas une borne. En pratique, $\lambda = 1$ donne de bons résultats, mais trouver λ optimal reste à étudier.

5. Résultats

Nous présentons ici les différents tests qui ont été effectués sur les maillages avec champs de lumière et les résultats associés.

5.1. Implantation

Détails techniques Nous avons implanté l'algorithme de contraction vu à la section 1.4 en fournissant une métrique d'erreur et une fonction de définition d'un nouveau plongement à partir d'une arête. De plus, nous contraignons entre



(a) Statuette africaine (b) Vase grec

Figure 9: Photos des modèles utilisés.

4 et 11 la valence des sommets. Ce choix heuristique influe sur le seuil de simplification maximal d'un modèle mais pas directement sur nos résultats relatifs à partir du moment où toutes les méthodes de simplification ont été testées sous les mêmes contraintes.

Modélisation et visualisation Tous les calculs ont été intégrés à la plate-forme de modélisation géométrique à base de cartes combinatoires *CGoGN*[§].

La visualisation des maillages tel qu'illustrée dans toutes les images de ce document se fait en calculant les couleurs (en fonction de la position relative de l'observateur) sur tous les sommets du maillage puis en les interpolant sur les faces.

5.2. Tests

Modèles utilisés Nous avons deux maillages avec champs de lumière surfaciques à notre disposition (figure 9) :

- La statuette africaine est un modèle qui varie peu en couleur et n'a quasiment pas de motifs. Cependant, ce modèle contient plusieurs effets spéculaires très visibles. Il nous sera donc utile pour évaluer le maintien des effets spéculaires et de la forme globale.
- Le modèle du vase grec a peu de reflets spéculaires mais plusieurs motifs fins. Ce modèle nous sera donc utile pour évaluer le maintien des motifs.

5.3. Résultats

Critères de qualité d'un maillage simplifié

1. *L'aspect global à distance* est primordial. Le modèle simplifié devra être globalement conforme au modèle initial tant en géométrie qu'en aspect de couleurs.

[§] Combinatorial and Geometric modeling with Generic N-dimensional maps – <https://iggservis.u-strasbg.fr/CGoGN/>

2. *La préservation des reflets spéculaires.* Ceux-ci forment la raison même de l'utilisation des champs de lumière. C'est pourquoi nous jugeons que le modèle simplifié devra préserver cette information au mieux.
3. *Le bon maintien des motifs visuels*
4. La qualité du maillages géométrique (forme des triangles) est un critère secondaire.

Comparaison qualitative des techniques de contraction

Vu que nous souhaitons évaluer les métriques en vue d'une simplification grossière d'un modèle, nous allons évaluer des simplifications à forts taux. L'ordre de grandeur des taux de simplification que nous avons choisis (réductions à 20%, 15% et 10% du maillage) permet d'une part d'évaluer une simplification grossière et correspond d'autre part à des niveaux (heuristiques) qui permettent de départager les différentes méthodes.

Reflets spéculaires

La technique par semi-contraction maintient mieux le reflet spéculaire (figure 10). Comme nous le craignons, l'interpolation de fonctions de champ de lumière atténuée les reflets.

Aspect global et motifs

L'aspect global est maintenu de façon quasi similaire par les deux techniques. La technique par contraction optimale a le même effet que sur les couleurs : un floutage des motifs et une atténuation des seuils de couleur. Ceci n'est pas dérangeant sur des modèles avec peu de motifs et est même peu significatif sur les motifs du vase (voir figure 11). La semi-contraction quant à elle génère toujours un maillage un peu moins régulier.

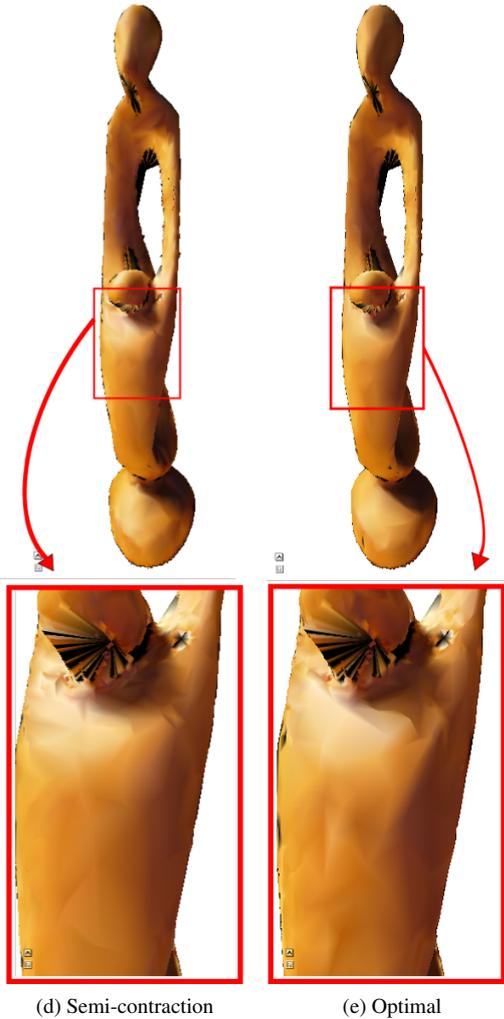
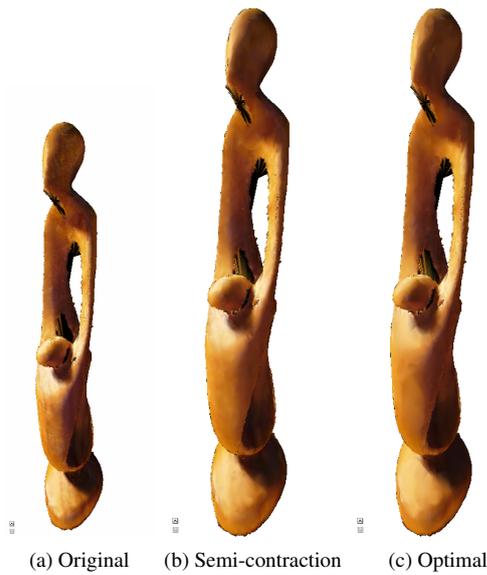
Ainsi, en fonction de l'application souhaitée (visualisation à distance uniquement, préservation des motifs) une technique pourra être employée plutôt qu'une autre.

6. Conclusion

6.1. Contributions

À ce jour, aucune méthode de simplification de maillages avec champs de lumière n'a été publiée. Après avoir fait un tour d'horizon des principales méthodes de simplification de maillages surfaciques sans attributs et avec attributs de couleur, nous avons établi plusieurs contributions.

Tout d'abord, nous avons proposé un comparatif des différentes techniques recensées et de quelques variantes de celles-ci. Ainsi, nous avons pu extraire des notions importantes, notamment concernant la nature des métriques d'erreur (semi-contraction ou contraction optimale, erreur cumulative ou non), et concernant l'interpolation de couleurs. Suite à cela, nous avons proposé une métrique d'évaluation



© LE2I 2010.

Figure 10: Comparaison des simplifications de la statuette africaine avec champs de lumière ;
figure (a) : 180 000 faces ;
figures (b–c) : 36 000 faces ;
figures (d–e) : 18 000 faces ;

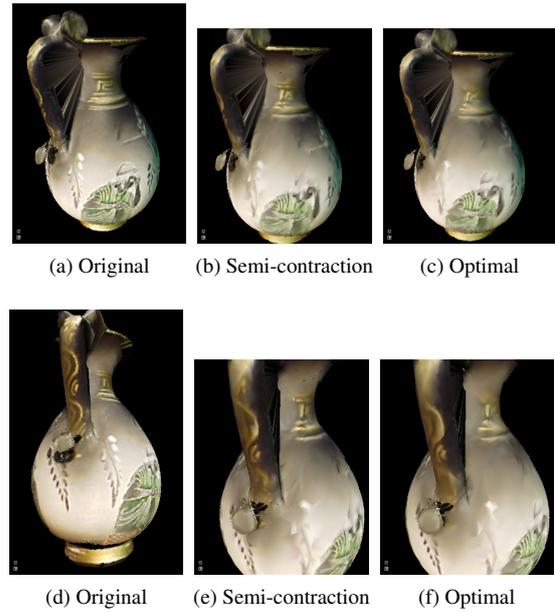


Figure 11: Comparaison des simplifications du vase grec avec champs de lumière à 36 430 faces.

d'erreur commise à la contraction d'une arête, applicable aux maillages avec champs de lumière, indépendamment de la base dans laquelle une fonction de champ de lumière est exprimée. Cette métrique est quadratique, donc elle se minimise facilement pour trouver un plongement optimal. Finalement, après avoir défini les critères de qualité d'un modèle avec champs de lumière simplifié, nous avons évalué différentes variantes de simplification sur deux modèles. Nous avons ainsi pu extraire des caractéristiques précises des variantes testées et établir des premières conclusions à leur sujet.

6.2. Évaluation des expérimentations et limites

Dans nos expérimentations, nous avons pu tester différentes variantes utilisant notre métrique sur les champs de lumière. Elles nous permettent de répondre aux questions que nous nous posons concernant les risques liés à l'interpolation de fonctions de champs de lumière.

Cependant, nous aurions souhaité évaluer la valeur ajoutée de la métrique sur les champs de lumière en comparant une simplification basique (mesure d'erreur géométrique uniquement) avec une simplification comprenant notre critère sur les champs de lumière. Malheureusement, lors des tests nous nous sommes rendus compte que les maillages que nous avons à disposition ne permettent pas de conclure à ce sujet à cause d'un biais qui a été introduit par la numérisation de l'objet. Les couleurs de l'objet ont visiblement influencé les scans géométriques en rapprochant ou en éloignant légèrement les sommets en

fonction de la couleur. Ainsi, les motifs sont en relief par rapport aux autres zones des maillages, ce qui génère une erreur géométrique en créant un gradient élevé sur la géométrie là où il y en a déjà un sur la couleur. Ceci a pour effet de maintenir plus ou moins correctement les motifs avec le seul critère d'erreur sur la géométrie.

6.3. Perspectives

Finalisation Étant donné le biais de numérisation, nous devons avant tout valider nos tests sur des modèles synthétiques.

De plus, en vue de renforcer nos évaluations visuelles, des mesures quantitatives pourront être mises en place :

1. Mesures d'écart géométrique entre un maillage original et un maillage simplifié ;
2. Mesures d'écart numérique sur les couleurs ;
3. Mesures de qualité (forme, valence) sur les triangles.

Les deux premières permettraient de mesurer un écart numérique sur la géométrie et la couleur alors que la dernière pourrait fournir un critère esthétique afin de guider la simplification.

Extension Comme précisé dans [KCL08], la distance euclidienne dans le système RGB ne correspond pas à l'écart visuel perçu. Ainsi, il serait intéressant d'analyser le comportement de notre métrique dans un espace de couleurs qui s'y prête davantage : *Cie-LAB* ou *XYZ* notamment.

Notre métrique peut également servir à des applications plus poussées telles que des maillages progressifs, du niveau de détails ou encore des maillages adaptatifs multiresolution.

Généralisation Les principes extraits de notre analyse bibliographique et nos travaux sur les champs de lumière pourront servir de base pour une étude portant sur la simplification de *champs de réflectance*. Cela augmente la dimension du problème et mérite ainsi une étude à plus long terme. L'intérêt de tels modèles est déjà établi : décors virtuels de films à partir de lieux numérisés, prototypage pour jeux vidéo, etc.

Remerciements

Nous tenons à remercier le projet ANR Atroco (N°ANR-07-MDCO-001) pour le financement de ces travaux.

References

[COM98] COHEN J., OLANO M., MANOCHA D. : Appearance-preserving simplification. In *SIGGRAPH '98 : Proceedings of the 25th annual conference on Computer graphics and interactive techniques* (New York, NY, USA, 1998), ACM, pp. 115–122.

[GCC07] GONZÁLEZ C., CASTELLÓ P., CHOVER M. : A texture-based metric extension for simplification methods. In *GRAPP (GM/R)* (2007), pp. 69–76.

[GH97] GALAND M., HECKBERT P. S. : Surface simplification using quadric error metrics. In *SIGGRAPH '97 : Proceedings of the 24th annual conference on Computer graphics and interactive techniques* (New York, NY, USA, 1997), ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co., pp. 209–216.

[GH98] GARLAND M., HECKBERT P. S. : Simplifying surfaces with color and texture using quadric error metrics. In *VIS '98 : Proceedings of the conference on Visualization '98* (Los Alamitos, CA, USA, 1998), IEEE Computer Society Press, pp. 263–269.

[HG97] HECKBERT P. S., GARLAND M. : Survey of polygonal surface simplification algorithms, 1997.

[HM00] HOPPE H., MARSCHNER S. : Efficient minimization of new quadric metric for simplifying meshes with appearance attributes, 2000.

[Hop96] HOPPE H. : Progressive meshes. In *SIGGRAPH '96 : Proceedings of the 23rd annual conference on Computer graphics and interactive techniques* (New York, NY, USA, 1996), ACM, pp. 99–108.

[Hop99] HOPPE H. : New quadric metric for simplifying meshes with appearance attributes. In *VISUALIZATION '99 : Proceedings of the 10th IEEE Visualization 1999 Conference (VIS '99)* (Washington, DC, USA, 1999), IEEE Computer Society.

[KCL08] KIM H. S., CHOI H. K., LEE K. H. : Mesh simplification with vertex color. In *GMP* (2008), pp. 258–271.

[LAR08] LARUE F. : *Numérisation de pièces d'art en termes de forme et d'apparence pour la visualisation réaliste en synthèse d'images*. PhD thesis, Université Louis Pasteur de Strasbourg, november 2008.

[LB04] LELESCU D., BOSSEN F. : Representation and coding of light field data. *Graph. Models* 66, 4 (2004), 203–225.

[MGW01] MALZBENDER T., GELB D., WOLTERS H. : Polynomial texture maps. In *In Computer Graphics, SIGGRAPH 2001 Proceedings* (2001), pp. 519–528.

[SSGH01] SANDER P. V., SNYDER J., GORTLER S. J., HOPPE H. : Texture mapping progressive meshes. In *SIGGRAPH '01 : Proceedings of the 28th annual conference on Computer graphics and interactive techniques* (New York, NY, USA, 2001), ACM, pp. 409–416.

[WLL*09] WEYRICH T., LAWRENCE J., LENSCH H. P., RUSINKIEWICZ S., ZICKLER T. : Principles of appearance acquisition and representation. *Foundations and Trends in Computer Graphics and Vision* 4, 2 (Oct. 2009), 75–191.